Índice Remissivo

Abel, Niels, 191
aceleração como uma taxa de variação, 146, 202
aceleração gravitacional, 404
ajuste da curva, 24
amplitude de uma função de, 10
ângulo do arco-íris, 256
ângulo negativo, A22
ângulo positivo, A22
ângulo(s), A21
  de desvio, 256
  entre curvas, 244
  negativo ou positivo, A22
  posição padrão, A22
antiderivada, 310
aproximação
  linear, 226
  para e, 163
  pela Regra de Simpson, 462, 464
  pela Regra do Ponto Médio, 342, 458
  pela Regra Trapezoidal, 459
  pelas somas de Riemann, 337
  pelo método de Newton, 306
  por diferenciais, 228
  por um polinômio de Taylor de *i*-nésimo grau, 231
  quadrática, 231
  reta tangencial, 227
aproximação linear, 226
aproximação quadrática, 231
Aquiles e a tartaruga, 5
arco-íris, formação e localização do, 256
área, 2, 326
  abaixo de uma curva, 326, 331, 336
  de uma elipse, 432
  de uma superfície de uma revolução, 495, 500
  de um círculo, 433
  entre curvas, 382, 382
  por exaustão, 2, 93
área líquida, 338
área superficial, 496
argumento de um número complexo, A53
Arquimedes, 368
assentos de cinema, 413
assíntota horizontal, 120, 281
assíntota oblíqua, 282, 285
assíntota(s), 281
  ao fazer o gráfico de, 281
  de uma hipérbole, A18
  horizontal, 120, 281
  oblíqua, 282, 285
  vertical, 87, 281
assíntota vertical, 87, 281
astroide, 194
Barrow, Isaac, 3, 93, 139, 350, 368
baseball e cálculo, 412
base de um cilindro, 389
base de um logaritmo, 58, A49
  variação de, 60
Bernoulli, John, 274, 280
cabo (pendurado), 232
calculadora gráfica, 42, 287
calculadora, gráfica, 41, 287. *Ver também* sistema de computação algébrica
cálculo, 9
  diferencial, 3
  integral, 2, 3
  invenção de, 8, 368
cálculo diferencial, 3
cálculo integral, 2, 3
caminho de aproximação de uma aeronave, 188
capacidade de carregamento, 213, 266
cardioide, 194
carga, elétrica, 204
CAS. *Ver* sistema de computação algébrica
catenário, 232
Cauchy, Augustin-Louis, 104, A41
Cavalieri, 464
centro de gravidade. *Ver* centro de massa
centro de massa, 503
  de uma placa, 505
centroide de uma região plana, 505
cilindro aproximante, 391
cilindro circular, 389
cilindro circular direito, 389
círculo, área do, 433
círculo, equação do, A14
círculos gordos, 192, 494
coeficiente(s)
  de desigualdade, 388
  de fricção, 178, 254
  de um polinômio, 26
combinações de funções, 37
comportamento final de uma função, 130
composição de funções, 38, 179
  continuidade de, 115
  derivada de, 181
compressibilidade, 205
compressibilidade isotérmica, 206
comprimento do arco, 488
concavidade, 265
concentração, 205
concha cilíndricas, 399
cônicos transladados, A19
conjugada complexa, A51
conjugadas, propriedades de, A52
conjunto de notação, A3
constante da mola, 405
G (constante gravitacional), 211, 408
consumo de potência, aproximação de, 365
continuidade
  capitalizações contínuas de juros, 217, 279
  da esquerda ou da direita, 111
  de uma função, 109
  em um intervalo, 111
convergência
  de uma integral imprópria, 471, 473
coordenada *x*, A9
coordenada *y*, A9
corrente, 204
corrente elétrica para um flash, 77, 187
crescimento exponencial, 213
crescimento populacional, 50, 213
  de insetos, 446
  mundial, 51
curva assintótica, 287
curva de demanda, 299, 511
curva de Lorenz, 388
curva do diabo, 194
curva ponta de bala, 48, 185
curva(s)
  assintótica, 287
  comprimento da, 488
  de demanda, 511
  do diabo, 194
  ortogonal, 195
  ponta de bala, 48, 185
  serpentina, 171
  suave, 488
curvas ortogonais, 195
curva suave, 488
da bruxa de Maria Agnesi, 171
datação de radiocarbono, 219
débito cardíaco, 513
decaimento exponencial, 213
decaimento radioativo, 215
de integração, 337
  aproximado, 458
  de funções de exponenciais, 341, 370
  de funções racionais, 438
  fórmulas, 419, 447, RP6-10
  indefinidas, 360
  limites de, 337
  numéricas, 458
  por frações parciais, 438
  por partes, 420, 421, 422
  por sistema de computação algébrica, 454

por uma substituição racionalizante, 444
substituição em, 369
tabelas, uso de, 452
De Moivre, Abraham, A55
densidade
linear, 204, 363
líquida, 502
massa vs. peso, 502
densidade linear, 204, 363
derivada de mão direita, 150
derivada de mão esquerda, 150
derivada(s), 131, 133, 140, 231
como a inclinação de uma tangente, 131, 135
como uma função, 140
como uma taxa de variação, 131
de funções exponenciais, 164, 183, A48, A49
de funções hiperbólicas, 233
de funções logarítmicas, 196, A45, A48
de funções trigonométricas, 173, 175
de funções trigonométricas inversas, 192, 193
de notação, 142
de uma função composta, 179
de uma função constante, 158
de uma função inversa, 196
de uma função potência, 158
de uma integral, 350
de um polinômio, 157
de um produto, 167, 167
de um quociente, 169
domínio de, 140
mais alta, 145
mão direita, 150
mão esquerda, 150
segunda, 145
terceira, 146
derivadas de ordem superior, 145
Descartes, René, A10
descida de uma aeronave, início determinante de, 188
descontinuidade, 109, 110
descontinuidade do jump, 110
descontinuidade infinita, 110
descontinuidade removível, 110
desigualdades, regra para, A4
desigualdade triangular, 105, A8
deslocamento, 132, 364
desvio padrão, 35
diagrama de flechas, 11
diagrama de máquina de uma função, 10
diferença indeterminada, 276
diferenciação, 142
fórmulas para, 170, RP5
implícitas, 188, 190
logarítmicas, 198
diferenciação implícita, 188, 190
diferenciação logarítmica, 198
diferencial, 228
dispersão, 256
distância
entre números reais, A7
entre pontos em um plano, A10
distribuição normal, 519
divergente
de uma integral imprópria, 471, 473
do cilindro, 389
domínio de uma função de, 10
eixo *x*, A9
eixo *y*, A9
eixos, coordenada, A10
eixos coordenados, A10
eixos de uma elipse, A17
elemento de um conjunto, A3
elipse, 194, A17
área, 432
rotacionado, 195
energia
cinética, 412
energia cinética, 412
equação de *i*-nésimo grau, encontrando raízes de, 191
equação de inclinação-interseção de uma reta, A12
equação de ponto-inclinação de um reta, A11
equação de van der Waals, 195
equação diferencial, 166, 213, 312
equação linear, A13
equação(ões)
de cancelamento, 57
de uma elipse, A17
de uma hipérbole, 62, A18
de uma parábola, A16
de uma reta, A11, A12, A13, A14
de um círculo, A15
de um gráfico, A14, A15
diferencial (ver equação diferencial)
forma de duas interseções, A14
inclinação-interseção, A12
linear, A13
n-ésimo grau, 191
ponto-inclinação, A11
segundo grau, A14
equações de cancelamento
para funções inversas, 57
para funções trigonométricas inversas, 57, 62
para logaritmos, 59
erro
na integração aproximada, 458, 462
porcentagem, 229
relativa, 229
erro porcentual, 229
erro relativo, 229
estereografia estelar, 478
esticamento de uma função, 34
estimativa de erro
para a Regra do Ponto Médio, 459, 461
para a Regra Trapezoidal, 459, 460
para Regra de Simpson, 465
estratégia
para integração, 447, 447
para integrais trigonométricas, 427, 428
para problemas de otimização, 294, 294
para resolução de problemas, 69
para taxas relacionadas, 222
Euclides, 93
Eudoxo, 2, 93, 367
Euler, Leonhard, 52
excedente de produção, 514
excedente do consumidor, 511, 511
expoentes, leis de, 50, A47, A49
exponenciais complexas, A57
extrapolação, 25
família
de funções, 46, 291, 291
de funções exponenciais, 49
Fermat, Pierre, 3, 139, 250, 368, A10
ferramentas gráficas *Ver* sistema de computação algébrica
fluxo, 512, 512
fluxo líquido de investimento, 514
fluxo sanguíneo, 207, 303, 512
fólio de Descartes, 189
força, 404
constante, 404
exercida pelo fluido, 501, 502
força constante, 404
força líquida, 501, 502
formação capital, 514
forma polar de um número complexo, A53
formas indeterminadas de limites, 272
fórmula da distância, A11
fórmula de Euler, A57
fórmula de ponto médio, A14
fórmula de redução, 422
fórmula do comprimento do arco, 489
fórmulas de adição para seno e cosseno, A26
fórmulas de ângulo duplo, A26
fórmulas de antidiferenciação, 311
fórmulas de produto, A26
fórmulas de subtração para seno e cosseno, A26
fórmulas do meio-ângulo, A26
Fourier, Joseph, 210
Fourier série de, finita, 431
frações (parciais), 438, 439
frações parciais, 438, 439
Fresnel, Augustin, 353
Fresnel função de, 353
função algébrica, 29
função arco-seno, 62
função constante, 158
função cosseno, A23
derivada de, 175
gráfico de, 30, A28
função cosseno inversa, 63
função crescente, 18
função cúbica, 26
função de área, 348
função de Bessel, 196
função decrescente, 18
função de custo, 208, 298
função de custo marginal, 135, 209, 298, 363
função de custo médio, 302
função de demanda, 298, 511
função de densidade de probabilidade, 515
função de erro, 358
função definida por partes, 15
função degrau, 16
função de Heaviside, 41, 84
função de logaritmo natural, 59, A44
derivada de, 197, A45
limites de, A45
propriedades de, A45
função de lucro, 299
função de lucro marginal, 299
função de posição, 132
função de rampa, 42
função de receita, 299

função de receita marginal, 299
função descontínua, 109
função de suprimento, 514
função de valor absoluto, 16
função de valor vetorial. *Ver* função vetorial
função diferenciável, 143
função do comprimento do arco, 491
função elementar, integrabilidade de, 451
função exponencial natural, 52, 164, A46
  derivada de, 164, A48
  gráfico de, 164
  propriedades de, A47
função ímpar, 17, 281
função implícita, 188, 190
função linear, 22
função maior inteiro, 96
função não diferencial, 144
função(ões), 10
  absoluto valor, 16
  algébrico, 29
  amplitude de, 10
  arco-seno, 62
  área, 348
  Bessel, 196
  combinações de, 38
  composto, 38, 179
  comprimento do arco, 491
  constante, 158
  continuidade de, 109
  cosseno inversa, 63
  crescente, 18
  cúbico, 26
  custo, 208, 208
  custo marginal, 135, 209, 298, 363
  custo médio, 302
  decrescente, 18
  de densidade de probabilidade, 515
  de etapas, 16
  definidas por partes, 15
  de lucro, 298
  demanda, 298, 511
  de polinômios, 26
  de posição, 132
  de raíz, 27
  de receita, 299
  derivada de, 133
  descontínua, 109
  diagrama de flechas de, 11
  diagrama de máquina de, 10
  diferenciabilidade de, 144
  domínio de, 10
  elementar, 451
  erro, 358
  esticadas, 34
  exponencial, 31, 48, 162
  exponencial natural, 52
  família de, 46, 291, 291
  Fresnel, 353
  gráfico de, 10
  Heaviside, 41, 84
  hiperbólica, 232
  hiperbólica inversa, 234
  ímpares, 17, 281
  implícita, 188
  inversa, 55, 56
  limite de, 80, 100
  linear, 23
  logarítmica, 31, 58, A44, A49
  logarítmica natural, 59
  lucro marginal, 298
  maior inteiro, 96
  não diferencial, 144
  par, 17, 281
  periódicas, 281
  ponto fixo de, 155, 262
  potências, 27, 158
  quadráticas, 26
  racionais, 29, 438
  rampas, 42
  receita marginal, 299
  recíprocas, 28
  refletidas, 34
  representações de, 10, 12
  seno integral, 358
  seno inversa, 62
  suaves, 488
  tabulares, 13
  tangente inversa, 63
  transformação de, 34
  translação de, 34
  transladadas, 34
  trigonométrica inversa, 62, 64
  trigonométricas, 30, A23
  um-a-um, 55
  valor de, 10, 10
  valores extremos de, 248
  valores máximo e mínimo de, 248
  valor médio de, 409, 517
função(ões) exponencial(is), 31, 48, 162, RP4
  com base a, A49
  derivada, de 164, 183, A49
  gráficos de, 48, 164
  integração de, 341, 368
  limites de, 124, A47
  propriedades de, A47
função(ões) hiperbólica(s), 231
  derivadas de, 233
  inversas, 234
função(ões) inversa(s), 55, 56
função(ões) logarítmica(s), 31, 58
  com base a, 58, A49
  derivadas de, 196, A49
  gráficos de, 59, 61
  limites de, 87, A46
  propriedades de, 59, 59, A45
função(ões) potência(s), 27
  derivada de, 158
função par, 17, 281
função periódica, 281
função polinomial de, 26
função quadrática, 26
função racional, 29, 439
  continuidade de, 111
  integração de, 438
função raiz, 27
função recíproca, 28
função secante, A23
  derivada de, 175
  gráfico de, A28
função seno, A23
  derivada de, 175, 175
  gráfico de, 30, A28
função seno integral, 358
função seno inversa, 62
função suave, 488
função tabular, 13
função tangencial, A23
  derivada de, 175
  gráfico de, 30, A28
função tangente inversa, 63
função um-a-um, 55
funções simétricas, integrais de, 373
funções trigonométricas inversas, 62, 64
funções trigonométricas, 29, A23
  derivadas de, 172, 175
  gráficos de, 29, 30, A27, A28
  integrais de, 360, 425
  inversa, 62
  limites envolvendo, 173, 174
Galois, Evariste, 191
Gauss, Karl Friedrich, A31
geometria analítica, A9
Gini coeficiente, 388
Gini, Corrado, 388
gradiente de velocidade, 208
gráfico de dispersão, 12
gráfico exponencial, 48
gráfico(s)
  de funções exponenciais, 48, 163, RP4
  de funções logarítmicas, 59, 61
  de funções potências, 27, RP3
  de funções trigonométricas, 30, A27, RP2
  de uma equação, A14, A15
  de uma função, 10
grau de um polinômio, 26
Gregory, James, 180, 428, 464
Heaviside, Oliver, 84
Hecht, Eugene, 228, 230
hipérbole, 194, A18
  assíntotas, A18
  equação, A18
  equilateral, A19
  ramificações, A18
hipérbole equilateral, A19
identidades trigonométricas, A25
impulso de uma força, 412
inclinação, A11
  de uma curva, 131
incrementar, 134
índice de Gini, 388
índice de soma, A30
indução matemática, 70, 72
  princípio de, 70, 72, A32
integração aproximada, 458
integração definida
  por partes, 420, 422, 422
  por substituição, 372
integração numérica, 458
integração numérica adaptativa, 466
integração parcial, 420, 421, 422
integrais múltiplas. *Ver* integral dupla; integral(is) tripla(s)
integrais probletrigonométricas tangenciais, 425
  estratégia para avaliar, 427, 428
integral definida, 337
  propriedades de, 343
  Regra de Substituição para, 372
Integral Imprópria, 470
  convergência ou divergência de, 471, 473
integral imprópria convergente, 471, 473

integral imprópria divergente, 471, 473
integral(is)
aproximações para, 342
de avaliação, 339
definida, 337
de funções simétricas, 373
derivada de, 351
dupla (ver integral dupla)
imprópria, 470
indefinida, 360
linear (ver integral linear)
padrões nas, 457
propriedades comparativas de, 345
propriedades de, 343
tabela de, 419, 447, 452, RP6-10
unidades para, 365
variação de variáveis em, 369
integral(is) indefinida(s), 360
tabela de, 360
integrando, 337
descontínuo, 473
integrandos descontínuo, 473
inteiro, A2
interpolação, 25
interseção *x*, A12, A17
interseção *y*, A12, A17
intersecção
de conjuntos, A3
interseções, 281, A17
intervalo, A3
intervalo aberto, A3
intervalo fechado, A3
intervalo infinito, 470, 472
jerk, 147
joule, 404
juro capitalizado continuamente, 217
juros compostos, 217, 279
kampyle de Eudoxo, 194
Lagrange, Joseph-Louis, 258, 258
lâmina, 505
lâmpada de flash, corrente para, 77
latas, minimizar o custo de manufatura de, 304
Leibniz, Gottfried Wilhelm, 3, 143, 350, 368
Lei da Potência de Limites, 92
Lei da Soma de Limites, 91
Lei de Boyle, 211
lei de cossenos, A30
lei de crescimento natural, 213
lei de crescimento ou decaimento naturais, 213
lei de fluxo laminar, 207, 512
lei de gravitação, 211, 408
Lei de Gravitação de Newton, 211, 408
Lei de Hooke, 405
Lei de Produto de Limites, 91
Lei de Torricelli, 210
Lei de Quociente de Limites, 91
Lei de Raiz de Limites, 93
Lei de Resfriamento de Newton, 216
Lei de Snell, 302
lei do gás ideal, 213
leis de expoentes, 50
Leis de Limite, 91, A35
leis de logaritmos, 59
Leis de Poiseuille, 230, 303, 513
leis do quadrado inverso, 33
lemniscata, 194
comprimento de uma curva, 488
de um segmento linear, A7, A11
l'Hospital, Marquis de, 272, 280
libra (unidade de força), 404
limite de mão direita, 85, 104
limite de mão esquerda, 85, 104
limites de erro, 461, 465
limite infinito, 86, 106, 125
limite(s), 2, 80
calculando, 90
definições precisas, 100, 104, 106, 126, 128
de funções exponenciais, 124
de funções logarítmicas, 88, A44
de integração, 337
de mão esquerda, 85, 104
de uma função, 80, 101
de uma função trigonométrica, 174
de uma sequência, 5, 328
envolvendo funções seno e cosseno, 173, 173, 174
e (o número) como, 200
infinita, 86, 106, 125
laterais, 85, 104
mão direita, 85, 104
no infinito, 119, 120, 125
propriedades de, 91
limites laterais, 85, 104
linearização, 226
logaritmo(s), 30, 59
leis de, 59, A45
natural, 59, A44
notação para, 59
massa, centro de. *Ver* centro de massa
máximo e mínimo global, 248
máximo ou mínimo relativo, 248
mediana de uma densidade de probabilidade função, 519
medida de radiano, 173, A21
meia-vida, 215
meia vida de um átomo, 478
meio de uma função de densidade de probabilidade, 517
método de conchas cilíndricas, 399
método de diluição do contraste, 513
método de disco para volume de aproximação, 391, 399
método de exaustão, 2, 93
método de lavadores, 393
método de Newton, 305, 306
Método do Intervalo Fechado, 252
método dos quadrados mínimos, 25
modelagem
crescimento populacional, 50, 213
modelo empírico, 24
modelo linear, 22
modelo matemático. *Ver* modelo(s), matemáticos
modelo predador-presa, 213
modelo(s), matemáticos, 12, 22
empírico, 24
exponencial, 31, 50
função potência, 27
função racional, 29
linear, 23
logarítmica, 31
para crescimento populacional, 213
polinomial, 26
trigonométrico, 30, 30
módulo, A52
momento
de uma lâmina, 505
de uma massa, 503
de um sistema de partículas, 505
sobre um eixo, 504
momento de um objeto, 412
montanha-russa, design de, 166
movimento harmônico simples, 186
movimento retilíneo, 313
natural, lei de crescimento, 213
natural, lei do decaimento, 213
Newton, Sir Isaac, 3, 8, 93, 139, 143, 350, 368
newton (unidade de força), 404
notação de Leibniz, 143
notação delta (D), 133, 135
notação de soma, A30
notação primária, 133, 161
notação sigma, 331, A30
número
complexo, A51
inteiro, A2
irracional, A2
racional, A2
real, A2
número crítico, 251
i(número imaginário), A51
número irracional, A2
número racional, A2
número real, A2
número(s) complexos, A51
adição e subtração de, A51
argumento de, A53
divisão de, A51, A54
forma polar, A53
igualdade de, A51
módulo de, A52
multiplicação de, A51, A54
parte imaginária de, A51
parte real de, A51
potências de, A55
raízes de, A56
raíz quadrada principal de, A52
e(o número), 51, 163, A46
como um limite, 200
operador de diferenciação, 142
origem, A2, A9
padrões em integraiss, 457
Pappus de Alexandria, 507
parábola, A16
propriedade de reflexão, 244
paradoxos de Zeno, 5
paralelepípedo, 389
par ordenada, A9
partes, integração por, 420, 421, 422
pascal (unidade de pressão), 502
pêndulo, aproximando o período de, 227, 230
período, 281
peso (força), 404
plano cartesiano, A10
Poiseuille, Jean-Louis-Marie, 207
polinômio, 26
Polinômino de Taylor, 231
polinômio de Taylor de *n*ésimo grau, 231
ponto de amostra, 331, 337
ponto de inflexão, 266

ponto de libração, 310
ponto de treliça, 244
ponto fixo de uma função, 155, 261
posição padrão de um ângulo, A22
potência, 136
potência indeterminada, 277
potencial, 482
pressão e força hidrostáticas, 501, 502
pressão exercida pelo fluido, 501, 502
Princípio de Arquimedes, 416
Princípio de Cavalieri, 398
Princípio de Fermat, 302
princípio de indução matemática, 70, 72, A32
princípio de simetria, 505
princípios de resolução de problemas, 69
  usos de, 154, 320, 370, 379
probabilidade, 515
problemaa de área, 2, 326
problema da agulha de Buffon, 578
problema da distância, 333
problema de tangente, 2, 3, 76, 130
problema de velocidade, 78, 132
problemas de otimização, 248, 294
procedimento de esboço de curva, 281
produto de Wallis, 425
produto indeterminado, 276
Propriedade da Diferença de limitees, 91
Propriedade da Substituição Direta, 93
Propriedade de Limtes da Multiplicação por Constante, 91
propriedade de reflexão
  de cônicos, 244
  de uma parábola, 244, 244
propriedades comparativas da integral, 345
quadrante, A10
quociente de diferença, 12
raios paraxiais, 227
raízes de uma equação de *n*-ésimo grau, 191
raízes de um número complexo, A56
raíz quadrada principal de um número complexo, A52
ramificação vascular, 303, 304
ramos de uma hipérbole, A18
reação química, 205
reflexão de uma função, 34
região
  abaixo de um gráfico, 326, 332
  entre dois gráficos, 382
  sólido (de tipo 1, 2 ou 3)
Regra da Cadeia, 179, 179, 182
Regra da Diferença, 162
Regra da Multiplicação por Constante, 160
Regra da Potência, 158, 160, 182, 199
Regra da Soma, 161
Regra de l'Hospital, 273, 280, A41
  origem de, 281
Regra de Ponto Médio, 342, 459
  erro no uso, 460
Regra de Quociente, 169
Regra de Reciprocidade, 172
Regra de Simpson, 462, 464
  limites de erro para, 465
Regra de Substituição, 369, 370
  para integrais definidas, 372
Regra do Produto, 167, 167
Regra do Trapézio, 459
  erros na, 459
regressão linear, 25
representação(ões) de uma função, 10, 12
representações visuais de uma função de, 10, 12
reta horizontal, equação de, A12
retângulo de visualização, 42
reta normal, 160
reta real, A3
reta secante, 3, 76, 77, 79
reta(s) no plano, 76, A11
  equação de, A11, A12, A13
  horizontal, A12
  inclinação de, A11
  normal, 160
  paralela, A13
  perpendicular, A13
  secante, 76, 77
  tangente, 76, 77, 131
retas paralelas, A13
retas perpendiculares, A13
reta(s) tangencial(is), 131
  a uma curva, 3, 76, 130
  método anterior de descobrimento, 139
  vertical, 145
reta tangencial de aproximação, 227
reta tangente vertical, 145
reta vertical, A12
revolução, sólido de, 394
revolução, superfície de, 495
Riemann, Georg Bernhard, 337
Roberval, Gilles de, 355
Rolle, Michel, 257
rumores, taxa de propagação de, 209
seção cônica
  transladada, A19
seção transversal, 389
segunda derivada, 145
Segunda Lei de Movimento de Newton, 404, 412
sequência, 5
  limite de, 5, 328
sequência infinita. *Ver* sequência
série, 6
  soma de, 6
série infinita. *Ver* série
serpentina, 171
simetria, 17, 281, 373
Simpson, Thomas, 463, 464
síntese de FM, 290
sistema coordenada retangular, A10
sistema coordenado, A2
  cartesiano, A10
  retangular, A10
sistema de computação algébrica, 83, 454
  desafios de usar, 83
  para integração, 454
sistema de computação algébrica, criação de gráfico com, 41
  uma curva, 287
sistema de coordenada polar
  equações de conversão para cartesiano
sistema de coordenadas cartesiano, A10
sólido, 389
  volume de, 389, 390
sólido de revolução, 394
  rotacionado em uma oblíqua, 500
  volume de, 395, 400, 500
sólido plano tipo 1, 2, ou 3
soma, 331
  de frações parciais, 439
  Riemann, 337
somas(s) de Riemann, 337
substituição hiperbólica, 434, 435
substituição racionalizante para integração, 444
substituições trigonométricas, 431
  tabela de, 431
superfície aproximante, 495
superfície de revolução, 495
  área superficial de, 496
tabela de fórmulas de diferenciação, 170, RP5
tabelas de integrais, 447, RP6-10
  uso de, 452
taxa de crescimento, 206, 363
  relativo, 214
taxa de crescimento relativo, 213
taxa de reação, 138, 205, 363
taxa de variação
  derivada como, 135
  instantânea, 78, 135, 202
  média, 135, 202
taxa instantânea de crescimento, 206
taxa instantânea de reação, 205
taxa instantânea de variação, 79, 135, 202
taxa média de variação, 135, 202
taxa total de fertilidade, 153
taxas relacionadas, 220
técnicas de integração, 447
Telescópio Espacial Hubble, 253
tempo médio de espera, 517
teorema binomial, 159, RP1
Teorema de Clairaut, A44
Teorema de Comparação para integrais, 476
Teorema de De Moivre, A55
Teorema de Fermat, 250
Teorema de Pappus, 507
Teorema de Rolle, 257
Teorema de Valor Médio, 257, 257
  para integrais, 410
Teorema de Variação Líquida, 363
Teorema do Confronto, 105,A38
Teorema do Valor Extremo, 249
Teorema do Valor Intermediário, 115
Teorema do Valor Médio de Cauchy, A41
Teorema Fundamental de Cálculo, 350, 351, 355
Terceira derivada, 146
Teste Crescente/Decrescente, 262
Teste da Reta Horizontal, 56
teste de comparação para integrais impróprias, 476
Teste de Concavidade, 265, A40
Teste de I/D, 262
Teste de Primeira Derivada, 263
  para Valores Extremos Absolutos, 296
Teste de Reta Vertical, 14
Teste de Segunda Derivada, 267
torneio de comprimento de arcos, 494
toroide, 398
trabalho (força), 404, 404
trajetória ortogonal, 195
transformação
  de uma função, 34
translação de uma função, 34

translação vertical de um gráfico, 34
trombeta de Gabriel, 500
tronco, 397, 398
Tschirnhausen cúbica, 194, 387
união de conjuntos, A3
valor absoluto, 16, A6, A52
valor de uma função, 10
valores extremos das extremidades, 248
Valores Máximo Absoluto e Mínimo Absolutos, 248
valores máximo e mínimo, 248
valores máximo e mínimo locais, 248
valor extremo, 248
valor médio de uma função de, 409, 409, 517
variação de base, fórmula para, 61
variação de variável(is)
  na integração, 368
variáveis, variação de. *Ver* variação de variável(s)
variável aleatória contínua, 515
variável dependente, 10
variável independente, 10
variável(is)
  aleatória contínua, 515
  dependente, 10
  independente, 10
  variação de, 367
velocidade, 3, 78, 132, 202, 363
  instantânea, 78, 133, 202
  média, 4, 78, 132, 202
velocidade de escape, 478
velocidade de uma partícula, 135
velocidade instantânea, 78, 132, 202
velocidade média, 4, 78, 132, 202
velocidade média de moléculas, 478
volume, 390
  de um sólido, 389
  de um sólido de revolução, 394, 500
  de um sólido em uma oblíqua, 500
  por conchas cilíndricas, 399
  por discos, 391, 394
  por lavadores, 393, 393
  por seções cruzadas, 389, 390, 512
Wallis, John, 3
Weierstrass, Karl, 446
Zeno, 5
zonas esféricas, 523

PÁGINA DE REFERÊNCIA 1

ÁLGEBRA

Operações Aritméticas

$a(b + c) = ab + ac$ $\qquad \dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad + bc}{bd}$

$\dfrac{a + c}{b} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b}$ $\qquad \dfrac{\dfrac{a}{b}}{\dfrac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}$

Expoentes e Radicais

$x^m x^n = x^{m+n}$ $\qquad \dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

$(x^m)^n = x^{mn}$ $\qquad x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$

$(xy)^n = x^n y^n$ $\qquad \left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$

$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$ $\qquad x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m$

$\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y}$ $\qquad \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}} = \dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

Fatoração de Polinômios Especiais

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

Teorema Binomial

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ $\qquad (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

$$(x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}y^2 + \cdots + \binom{n}{k}x^{n-k}y^k + \cdots + nxy^{n-1} + y^n$$

onde $\dbinom{n}{k} = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot k}$

Fórmula Quadrática

Se $ax^2 + bx + c = 0$, então, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Desigualdades e Valor Absoluto

Se $a < b$ e $b < c$, então $a < c$.

Se $a < b$, então $a + c < b + c$.

Se $a < b$ e $c > 0$, então $ca < cb$.

Se $a < b$ e $c < 0$, então $ca > cb$.

Se $a > 0$, então

$|x| = a$ significa que $x = a$ ou $x = -a$

$|x| < a$ significa que $-a < x < a$

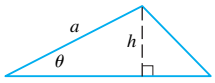
$|x| > a$ significa que $x > a$ ou $x < -a$

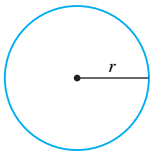
GEOMETRIA

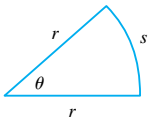
Fórmulas Geométricas

Fórmulas para área A, circunferência C e volume V:

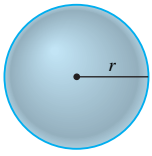
Triângulo	Círculo	Setor do Círculo
$A = \frac{1}{2}bh$	$A = \pi r^2$	$A = \frac{1}{2}r^2\theta$
$= \frac{1}{2}ab \operatorname{sen}\theta$	$C = 2\pi r$	$s = r\theta$ (θ em radianos)

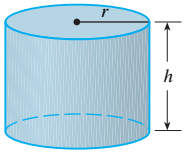


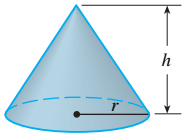




Esfera	Cilindro	Cone
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$A = 4\pi r^2$		$A = \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$







Fórmulas de Distância e Ponto Médio

Distância entre $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ponto Médio de $\overline{P_1P_2}$: $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Retas

Inclinação da reta através de $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Coeficiente angular da reta através de $P_1(x_1, y_1)$ com inclinação m:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Função afim da reta com inclinação m e interceptando o eixo y em b:

$$y = mx + b$$

Círculos

Equação do círculo com centro (h, k) e raio r:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 2

TRIGONOMETRIA

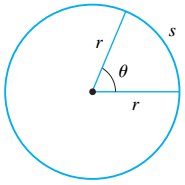
Medição do Ângulo

π radianos $= 180°$

$1° = \dfrac{\pi}{180}$ rad $\qquad 1 \text{ rad} = \dfrac{180°}{\pi}$

$s = r\theta$

(θ em radianos)

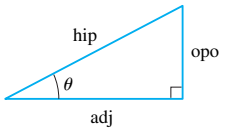


Trigonometria de Ângulo Reto

$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\text{opo}}{\text{hip}} \qquad \operatorname{cossec}\theta = \dfrac{\text{hip}}{\text{opo}}$

$\cos\theta = \dfrac{\text{adj}}{\text{hip}} \qquad \sec\theta = \dfrac{\text{hip}}{\text{adj}}$

$\operatorname{tg}\theta = \dfrac{\text{opo}}{\text{adj}} \qquad \operatorname{cotg}\theta = \dfrac{\text{adj}}{\text{opo}}$

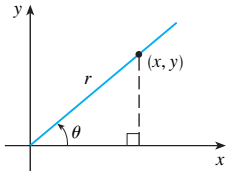


Funções Trigonométricas

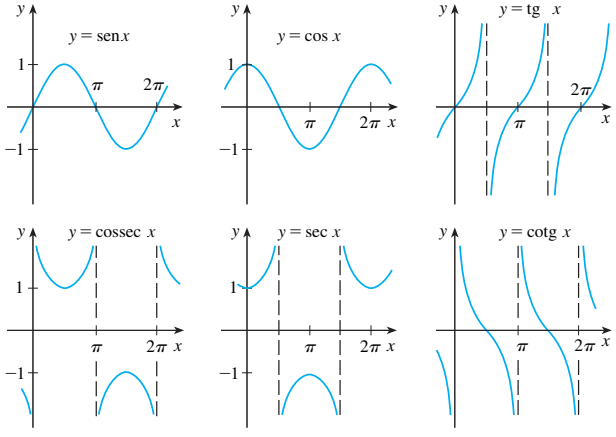
$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{y}{r} \qquad \operatorname{cossec}\theta = \dfrac{r}{y}$

$\cos\theta = \dfrac{x}{r} \qquad \sec\theta = \dfrac{r}{x}$

$\operatorname{tg}\theta = \dfrac{y}{x} \qquad \operatorname{cotg}\theta = \dfrac{x}{y}$



Gráficos de Funções Trigonométricas



Funções Trigonométricas de Ângulos Importantes

θ	radianos	sen θ	cos θ	tg θ
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	—

Identidades Fundamentais

$\operatorname{cossec}\theta = \dfrac{1}{\operatorname{sen}\theta} \qquad \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

$\operatorname{tg}\theta = \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \qquad \operatorname{cotg}\theta = \dfrac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$

$\operatorname{cotg}\theta = \dfrac{1}{\operatorname{tg}\theta} \qquad \operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$1 + \operatorname{tg}^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \operatorname{cotg}^2\theta = \operatorname{cossec}^2\theta$

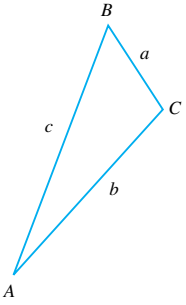
$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta$

$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg}\theta \qquad \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{sen}\theta \qquad \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{cotg}\theta$

Lei dos Senos

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}$$



Lei dos Cossenos

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

Fórmulas de Adição e Subtração

$\operatorname{sen}(x + y) = \operatorname{sen} x\cos y + \cos x\operatorname{sen} y$

$\operatorname{sen}(x - y) = \operatorname{sen} x\cos y - \cos x\operatorname{sen} y$

$\cos(x + y) = \cos x\cos y - \operatorname{sen} x\operatorname{sen} y$

$\cos(x - y) = \cos x\cos y + \operatorname{sen} x\operatorname{sen} y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x\operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x\operatorname{tg} y}$$

Fórmulas de Ângulo Duplo

$\operatorname{sen} 2x = 2\operatorname{sen} x\cos x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Fórmulas de Metade do Ângulo

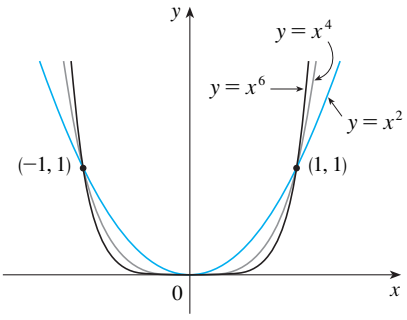
$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \qquad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 3

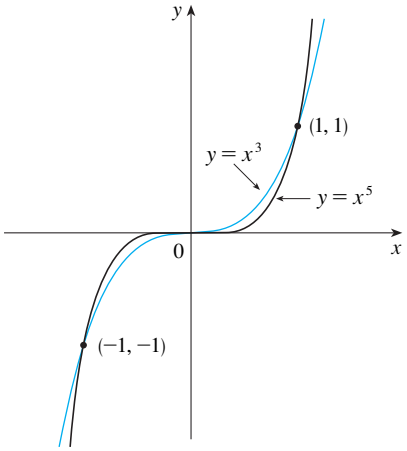
FUNÇÕES ESPECIAIS

Funções Potências $f(x) = x^a$

(i) $f(x) = x^n$, n um inteiro positivo

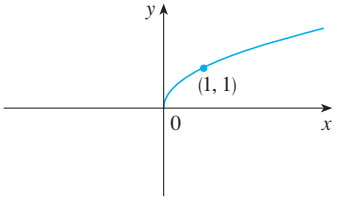


n par

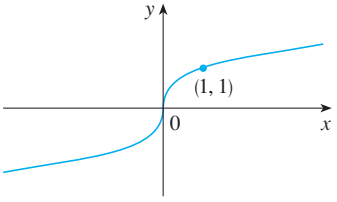


n ímpar

(ii) $f(x) = x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$, n um inteiro positivo

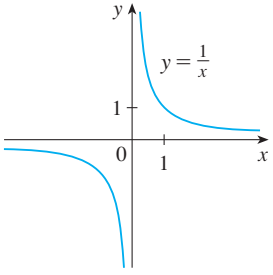


$f(x) = \sqrt{x}$



$f(x) = \sqrt[3]{x}$

(iii) $f(x) = x^{-1} = \dfrac{1}{x}$

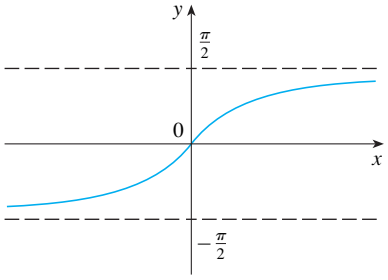


Funções Trigonométricas Inversas

$\arcsen\, x = \operatorname{sen}^{-1} x = y \iff \operatorname{sen} y = x \quad \text{e} \quad -\dfrac{\pi}{2} \leqslant y \leqslant \dfrac{\pi}{2}$

$\arccos\, x = \cos^{-1} x = y \iff \cos y = x \quad \text{e} \quad 0 \leqslant y \leqslant \pi$

$\operatorname{arctg}\, x = \operatorname{tg}^{-1} x = y \iff \operatorname{tg} y = x \quad \text{e} \quad -\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$



$y = \operatorname{tg}^{-1} x = \operatorname{arctg}\, x$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \operatorname{tg}^{-1} x = -\dfrac{\pi}{2}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \operatorname{tg}^{-1} x = \dfrac{\pi}{2}$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 4

FUNÇÕES ESPECIAIS

Funções Exponenciais e Logarítmicas

$\log_a x = y \iff a^y = x$

$\ln x = \log_e x, \quad \text{onde} \quad \ln e = 1$

$\ln x = y \iff e^y = x$

Equações de Cancelamento

$\log_a(a^x) = x \qquad a^{\log_a x} = x$

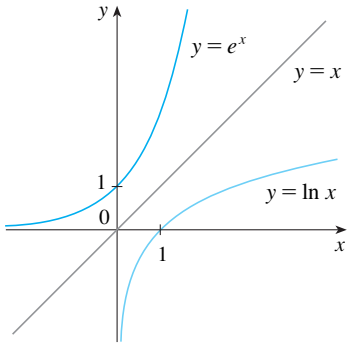
$\ln(e^x) = x \qquad e^{\ln x} = x$

Leis de Logaritmos

1. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

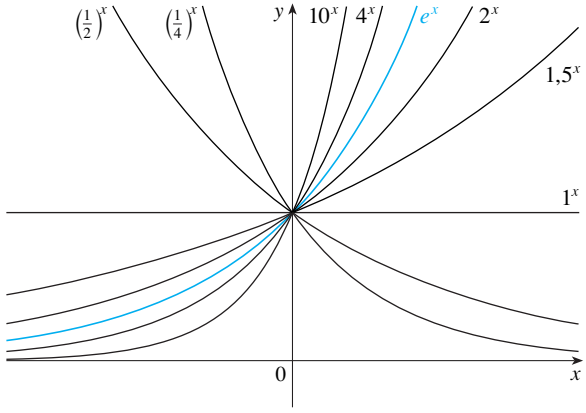
2. $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

3. $\log_a(x^r) = r \log_a x$

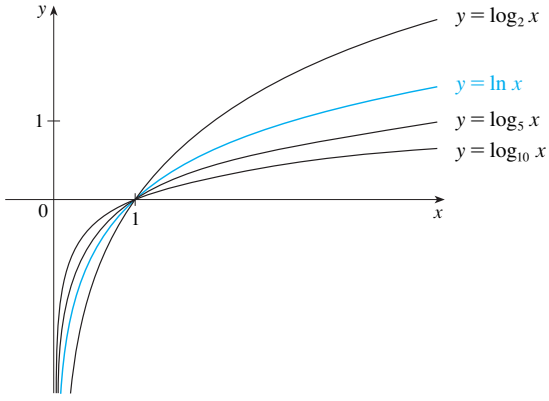


$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0 \qquad \lim_{x \to \infty} e^x = \infty$

$\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty \qquad \lim_{x \to \infty} \ln x = \infty$



Funções Exponenciais



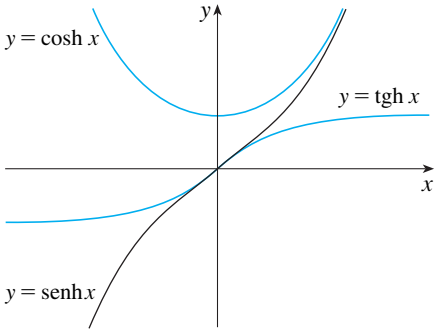
Funções Logarítmicas

Funções Hiperbólicas

$\operatorname{senh} x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \operatorname{cossech} x = \dfrac{1}{\operatorname{senh} x}$

$\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \operatorname{sech} x = \dfrac{1}{\cosh x}$

$\operatorname{tgh} x = \dfrac{\operatorname{senh} x}{\cosh x} \qquad \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\operatorname{senh} x}$



Funções Hiperbólicas Inversas

$y = \operatorname{senh}^{-1} x \iff \operatorname{senh} y = x \qquad \operatorname{senh}^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

$y = \cosh^{-1} x \iff \cosh y = x \quad \text{e} \quad y \geqslant 0 \qquad \cosh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$

$y = \operatorname{tgh}^{-1} x \iff \operatorname{tgh} y = x \qquad \operatorname{tgh}^{-1} x = \tfrac{1}{2} \ln\left(\dfrac{1 + x}{1 - x}\right)$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 5

REGRAS DE DIFERENCIAÇÃO

Fórmulas Gerais

1. $\dfrac{d}{dx}(c) = 0$

2. $\dfrac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x)$

3. $\dfrac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$

4. $\dfrac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$

5. $\dfrac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$ (Regra de Produto)

6. $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$ (Regra do Quociente)

7. $\dfrac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$ (Regra da Cadeia)

8. $\dfrac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ (Regra da Potência)

Funções Exponenciais e Logarítmicas

9. $\dfrac{d}{dx}(e^x) = e^x$

10. $\dfrac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$

11. $\dfrac{d}{dx}\ln|x| = \dfrac{1}{x}$

12. $\dfrac{d}{dx}(\log_a x) = \dfrac{1}{x \ln a}$

Funções Trigonométricas

13. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sen} x) = \cos x$

14. $\dfrac{d}{dx}(\cos x) = -\operatorname{sen} x$

15. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \sec^2 x$

16. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossec} x) = -\operatorname{cossec} x \operatorname{cotg} x$

17. $\dfrac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \operatorname{tg} x$

18. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cotg} x) = -\operatorname{cossec}^2 x$

Funções Trigonométricas Inversas

19. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sen}^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

20. $\dfrac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

21. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{tg}^{-1} x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$

22. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossec}^{-1} x) = -\dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

23. $\dfrac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

24. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cotg}^{-1} x) = -\dfrac{1}{1 + x^2}$

Funções Hiperbólicas

25. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{senh} x) = \cosh x$

26. $\dfrac{d}{dx}(\cosh x) = \operatorname{senh} x$

27. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{tgh} x) = \operatorname{sech}^2 x$

28. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossech} x) = -\operatorname{cossech} x \operatorname{cotgh} x$

29. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \operatorname{tgh} x$

30. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cotgh} x) = -\operatorname{cossech}^2 x$

Funções Hiperbólicas Inversas

31. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{senh}^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$

32. $\dfrac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

33. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{tgh}^{-1} x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$

34. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossech}^{-1} x) = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2 + 1}}$

35. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sech}^{-1} x) = -\dfrac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$

36. $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cotgh}^{-1} x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 6

TABELA DE INTEGRAIS

Fórmulas Básicas

1. $\int u\,dv = uv - \int v\,du$

2. $\int u^n\,du = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$

3. $\int \dfrac{du}{u} = \ln|u| + C$

4. $\int e^u\,du = e^u + C$

5. $\int a^u\,du = \dfrac{a^u}{\ln a} + C$

6. $\int \operatorname{sen} u\,du = -\cos u + C$

7. $\int \cos u\,du = \operatorname{sen} u + C$

8. $\int \sec^2 u\,du = \operatorname{tg} u + C$

9. $\int \operatorname{cossec}^2 u\,du = -\operatorname{cotg} u + C$

10. $\int \sec u \operatorname{tg} u\,du = \sec u + C$

11. $\int \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u\,du = -\operatorname{cossec} u + C$

12. $\int \operatorname{tg} u\,du = \ln|\sec u| + C$

13. $\int \operatorname{cotg} u\,du = \ln|\operatorname{sen} u| + C$

14. $\int \sec u\,du = \ln|\sec u + \operatorname{tg} u| + C$

15. $\int \operatorname{cossec} u\,du = \ln|\operatorname{cossec} u - \operatorname{cotg} u| + C$

16. $\int \dfrac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{sen}^{-1}\dfrac{u}{a} + C$

17. $\int \dfrac{du}{a^2 + u^2} = \dfrac{1}{a}\operatorname{tg}^{-1}\dfrac{u}{a} + C$

18. $\int \dfrac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \dfrac{1}{a}\sec^{-1}\dfrac{u}{a} + C$

19. $\int \dfrac{du}{a^2 - u^2} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{u+a}{u-a}\right| + C$

20. $\int \dfrac{du}{u^2 - a^2} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{u-a}{u+a}\right| + C$

Fórmulas Envolvendo $\sqrt{a^2 + u^2}$, $a > 0$

21. $\int \sqrt{a^2+u^2}\,du = \dfrac{u}{2}\sqrt{a^2+u^2} + \dfrac{a^2}{2}\ln\left(u + \sqrt{a^2+u^2}\right) + C$

22. $\int u^2\sqrt{a^2+u^2}\,du = \dfrac{u}{8}(a^2+2u^2)\sqrt{a^2+u^2} - \dfrac{a^4}{8}\ln\left(u + \sqrt{a^2+u^2}\right) + C$

23. $\int \dfrac{\sqrt{a^2+u^2}}{u}\,du = \sqrt{a^2+u^2} - a\ln\left|\dfrac{a + \sqrt{a^2+u^2}}{u}\right| + C$

24. $\int \dfrac{\sqrt{a^2+u^2}}{u^2}\,du = -\dfrac{\sqrt{a^2+u^2}}{u} + \ln\left(u + \sqrt{a^2+u^2}\right) + C$

25. $\int \dfrac{du}{\sqrt{a^2+u^2}} = \ln\left(u + \sqrt{a^2+u^2}\right) + C$

26. $\int \dfrac{u^2\,du}{\sqrt{a^2+u^2}} = \dfrac{u}{2}\sqrt{a^2+u^2} - \dfrac{a^2}{2}\ln\left(u + \sqrt{a^2+u^2}\right) + C$

27. $\int \dfrac{du}{u\sqrt{a^2+u^2}} = -\dfrac{1}{a}\ln\left|\dfrac{\sqrt{a^2+u^2}+a}{u}\right| + C$

28. $\int \dfrac{du}{u^2\sqrt{a^2+u^2}} = -\dfrac{\sqrt{a^2+u^2}}{a^2u} + C$

29. $\int \dfrac{du}{(a^2+u^2)^{3/2}} = \dfrac{u}{a^2\sqrt{a^2+u^2}} + C$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 7

TABELA DE INTEGRAIS

Fórmulas Envolvendo $\sqrt{a^2 - u^2}$, $a > 0$

30. $\displaystyle\int \sqrt{a^2 - u^2}\, du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2}\operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + C$

31. $\displaystyle\int u^2\sqrt{a^2 - u^2}\, du = \frac{u}{8}(2u^2 - a^2)\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^4}{8}\operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + C$

32. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{u}\, du = \sqrt{a^2 - u^2} - a\ln\left|\frac{a + \sqrt{a^2 - u^2}}{u}\right| + C$

33. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{u^2}\, du = -\frac{1}{u}\sqrt{a^2 - u^2} - \operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + C$

34. $\displaystyle\int \frac{u^2\, du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = -\frac{u}{2}\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2}\operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + C$

35. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{a^2 - u^2}} = -\frac{1}{a}\ln\left|\frac{a + \sqrt{a^2 - u^2}}{u}\right| + C$

36. $\displaystyle\int \frac{du}{u^2\sqrt{a^2 - u^2}} = -\frac{1}{a^2 u}\sqrt{a^2 - u^2} + C$

37. $\displaystyle\int (a^2 - u^2)^{3/2}\, du = -\frac{u}{8}(2u^2 - 5a^2)\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{3a^4}{8}\operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + C$

38. $\displaystyle\int \frac{du}{(a^2 - u^2)^{3/2}} = \frac{u}{a^2\sqrt{a^2 - u^2}} + C$

Fórmulas Envolvendo $\sqrt{u^2 - a^2}$, $a > 0$

39. $\displaystyle\int \sqrt{u^2 - a^2}\, du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2 - a^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + C$

40. $\displaystyle\int u^2\sqrt{u^2 - a^2}\, du = \frac{u}{8}(2u^2 - a^2)\sqrt{u^2 - a^2} - \frac{a^4}{8}\ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + C$

41. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{u^2 - a^2}}{u}\, du = \sqrt{u^2 - a^2} - a\cos^{-1}\frac{a}{|u|} + C$

42. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{u^2 - a^2}}{u^2}\, du = -\frac{\sqrt{u^2 - a^2}}{u} + \ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + C$

43. $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + C$

44. $\displaystyle\int \frac{u^2\, du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{u}{2}\sqrt{u^2 - a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right| + C$

45. $\displaystyle\int \frac{du}{u^2\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{\sqrt{u^2 - a^2}}{a^2 u} + C$

46. $\displaystyle\int \frac{du}{(u^2 - a^2)^{3/2}} = -\frac{u}{a^2\sqrt{u^2 - a^2}} + C$

TABELA DE INTEGRAIS

Fórmulas Envolvendo $a + bu$

47. $\displaystyle\int \frac{u\,du}{a+bu} = \frac{1}{b^2}\left(a + bu - a\ln|a+bu|\right) + C$

48. $\displaystyle\int \frac{u^2\,du}{a+bu} = \frac{1}{2b^3}\left[(a+bu)^2 - 4a(a+bu) + 2a^2\ln|a+bu|\right] + C$

49. $\displaystyle\int \frac{du}{u(a+bu)} = \frac{1}{a}\ln\left|\frac{u}{a+bu}\right| + C$

50. $\displaystyle\int \frac{du}{u^2(a+bu)} = -\frac{1}{au} + \frac{b}{a^2}\ln\left|\frac{a+bu}{u}\right| + C$

51. $\displaystyle\int \frac{u\,du}{(a+bu)^2} = \frac{a}{b^2(a+bu)} + \frac{1}{b^2}\ln|a+bu| + C$

52. $\displaystyle\int \frac{du}{u(a+bu)^2} = \frac{1}{a(a+bu)} - \frac{1}{a^2}\ln\left|\frac{a+bu}{u}\right| + C$

53. $\displaystyle\int \frac{u^2\,du}{(a+bu)^2} = \frac{1}{b^3}\left(a+bu - \frac{a^2}{a+bu} - 2a\ln|a+bu|\right) + C$

54. $\displaystyle\int u\sqrt{a+bu}\,du = \frac{2}{15b^2}(3bu-2a)(a+bu)^{3/2} + C$

55. $\displaystyle\int \frac{u\,du}{\sqrt{a+bu}} = \frac{2}{3b^2}(bu-2a)\sqrt{a+bu} + C$

56. $\displaystyle\int \frac{u^2\,du}{\sqrt{a+bu}} = \frac{2}{15b^3}(8a^2 + 3b^2u^2 - 4abu)\sqrt{a+bu} + C$

57. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{a+bu}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\ln\left|\frac{\sqrt{a+bu}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+bu}+\sqrt{a}}\right| + C, \quad \text{se } a > 0$

$\displaystyle = \frac{2}{\sqrt{-a}}\,\mathrm{tg}^{-1}\sqrt{\frac{a+bu}{-a}} + C, \quad \text{se } a < 0$

58. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{a+bu}}{u}\,du = 2\sqrt{a+bu} + a\int \frac{du}{u\sqrt{a+bu}}$

59. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{a+bu}}{u^2}\,du = -\frac{\sqrt{a+bu}}{u} + \frac{b}{2}\int \frac{du}{u\sqrt{a+bu}}$

60. $\displaystyle\int u^n\sqrt{a+bu}\,du = \frac{2}{b(2n+3)}\left[u^n(a+bu)^{3/2} - na\int u^{n-1}\sqrt{a+bu}\,du\right]$

61. $\displaystyle\int \frac{u^n\,du}{\sqrt{a+bu}} = \frac{2u^n\sqrt{a+bu}}{b(2n+1)} - \frac{2na}{b(2n+1)}\int \frac{u^{n-1}\,du}{\sqrt{a+bu}}$

62. $\displaystyle\int \frac{du}{u^n\sqrt{a+bu}} = -\frac{\sqrt{a+bu}}{a(n-1)u^{n-1}} - \frac{b(2n-3)}{2a(n-1)}\int \frac{du}{u^{n-1}\sqrt{a+bu}}$

PÁGINA DE REFERÊNCIA 9

TABELA DE INTEGRAIS

Fórmulas Trigonométricas

63. $\int \operatorname{sen}^2 u\,du = \frac{1}{2}u - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2u + C$

64. $\int \cos^2 u\,du = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2u + C$

65. $\int \operatorname{tg}^2 u\,du = \operatorname{tg} u - u + C$

66. $\int \operatorname{cotg}^2 u\,du = -\operatorname{cotg} u - u + C$

67. $\int \operatorname{sen}^3 u\,du = -\frac{1}{3}(2 + \operatorname{sen}^2 u)\cos u + C$

68. $\int \cos^3 u\,du = \frac{1}{3}(2 + \cos^2 u)\operatorname{sen} u + C$

69. $\int \operatorname{tg}^3 u\,du = \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 u + \ln|\cos u| + C$

70. $\int \operatorname{cotg}^3 u\,du = -\frac{1}{2}\operatorname{cotg}^2 u - \ln|\operatorname{sen} u| + C$

71. $\int \sec^3 u\,du = \frac{1}{2}\sec u \operatorname{tg} u + \frac{1}{2}\ln|\sec u + \operatorname{tg} u| + C$

72. $\int \operatorname{cossec}^3 u\,du = -\frac{1}{2}\operatorname{cossec} u \operatorname{cotg} u + \frac{1}{2}\ln|\operatorname{cossec} u - \operatorname{cotg} u| + C$

73. $\int \operatorname{sen}^n u\,du = -\frac{1}{n}\operatorname{sen}^{n-1} u \cos u + \frac{n-1}{n}\int \operatorname{sen}^{n-2} u\,du$

74. $\int \cos^n u\,du = \frac{1}{n}\cos^{n-1} u \operatorname{sen} u + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} u\,du$

75. $\int \operatorname{tg}^n u\,du = \frac{1}{n-1}\operatorname{tg}^{n-1} u - \int \operatorname{tg}^{n-2} u\,du$

76. $\int \operatorname{cotg}^n u\,du = \frac{-1}{n-1}\operatorname{cotg}^{n-1} u - \int \operatorname{cotg}^{n-2} u\,du$

77. $\int \sec^n u\,du = \frac{1}{n-1}\operatorname{tg} u \sec^{n-2} u + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} u\,du$

78. $\int \operatorname{cossec}^n u\,du = \frac{-1}{n-1}\operatorname{cotg} u \operatorname{cossec}^{n-2} u + \frac{n-2}{n-1}\int \operatorname{cossec}^{n-2} u\,du$

79. $\int \operatorname{sen} au \operatorname{sen} bu\,du = \frac{\operatorname{sen}(a-b)u}{2(a-b)} - \frac{\operatorname{sen}(a+b)u}{2(a+b)} + C$

80. $\int \cos au \cos bu\,du = \frac{\operatorname{sen}(a-b)u}{2(a-b)} + \frac{\operatorname{sen}(a+b)u}{2(a+b)} + C$

81. $\int \operatorname{sen} au \cos bu\,du = -\frac{\cos(a-b)u}{2(a-b)} - \frac{\cos(a+b)u}{2(a+b)} + C$

82. $\int u \operatorname{sen} u\,du = \operatorname{sen} u - u\cos u + C$

83. $\int u \cos u\,du = \cos u + u \operatorname{sen} u + C$

TABELA DE INTEGRAIS

84. $\int u^n \operatorname{sen} u\,du = -u^n \cos u + n\int u^{n-1}\cos u\,du$

85. $\int u^n \cos u\,du = u^n \operatorname{sen} u - n\int u^{n-1}\operatorname{sen} u\,du$

86. $\int \operatorname{sen}^n u\,\cos^m u\,du = -\dfrac{\operatorname{sen}^{n-1}u\,\cos^{m+1}u}{n+m} + \dfrac{n-1}{n+m}\int \operatorname{sen}^{n-2}u\,\cos^m u\,du$

$= \dfrac{\operatorname{sen}^{n+1}u\,\cos^{m-1}u}{n+m} + \dfrac{m-1}{n+m}\int \operatorname{sen}^n u\,\cos^{m-2}u\,du$

Fórmulas Trigonométricas Inversas

87. $\int \operatorname{sen}^{-1}u\,du = u\operatorname{sen}^{-1}u + \sqrt{1-u^2} + C$

88. $\int \cos^{-1}u\,du = u\cos^{-1}u - \sqrt{1-u^2} + C$

89. $\int \operatorname{tg}^{-1}u\,du = u\operatorname{tg}^{-1}u - \frac{1}{2}\ln(1+u^2) + C$

90. $\int u\operatorname{sen}^{-1}u\,du = \dfrac{2u^2-1}{4}\operatorname{sen}^{-1}u + \dfrac{u\sqrt{1-u^2}}{4} + C$

91. $\int u\cos^{-1}u\,du = \dfrac{2u^2-1}{4}\cos^{-1}u - \dfrac{u\sqrt{1-u^2}}{4} + C$

92. $\int u\operatorname{tg}^{-1}u\,du = \dfrac{u^2+1}{2}\operatorname{tg}^{-1}u - \dfrac{u}{2} + C$

93. $\int u^n \operatorname{sen}^{-1}u\,du = \dfrac{1}{n+1}\left[u^{n+1}\operatorname{sen}^{-1}u - \int \dfrac{u^{n+1}\,du}{\sqrt{1-u^2}}\right], \quad n \neq -1$

94. $\int u^n \cos^{-1}u\,du = \dfrac{1}{n+1}\left[u^{n+1}\cos^{-1}u + \int \dfrac{u^{n+1}\,du}{\sqrt{1-u^2}}\right], \quad n \neq -1$

95. $\int u^n \operatorname{tg}^{-1}u\,du = \dfrac{1}{n+1}\left[u^{n+1}\operatorname{tg}^{-1}u - \int \dfrac{u^{n+1}\,du}{1+u^2}\right], \quad n \neq -1$

Fórmulas Exponenciais e Logarítmicas

96. $\int ue^{au}\,du = \dfrac{1}{a^2}(au-1)e^{au} + C$

97. $\int u^n e^{au}\,du = \dfrac{1}{a}u^n e^{au} - \dfrac{n}{a}\int u^{n-1}e^{au}\,du$

98. $\int e^{au}\operatorname{sen} bu\,du = \dfrac{e^{au}}{a^2+b^2}(a\operatorname{sen} bu - b\cos bu) + C$

99. $\int e^{au}\cos bu\,du = \dfrac{e^{au}}{a^2+b^2}(a\cos bu + b\operatorname{sen} bu) + C$

100. $\int \ln u\,du = u\ln u - u + C$

101. $\int u^n \ln u\,du = \dfrac{u^{n+1}}{(n+1)^2}[(n+1)\ln u - 1] + C$

102. $\int \dfrac{1}{u\ln u}\,du = \ln|\ln u| + C$

Fórmulas Hiperbólicas

103. $\int \operatorname{senh} u\,du = \cosh u + C$

104. $\int \cosh u\,du = \operatorname{senh} u + C$

105. $\int \operatorname{tgh} u\,du = \ln\cosh u + C$

106. $\int \operatorname{cotgh} u\,du = \ln|\operatorname{senh} u| + C$

107. $\int \operatorname{sech} u\,du = \operatorname{tg}^{-1}|\operatorname{senh} u| + C$

108. $\int \operatorname{cossech} u\,du = \ln\left|\operatorname{tgh}\tfrac{1}{2}u\right| + C$

109. $\int \operatorname{sech}^2 u\,du = \operatorname{tgh} u + C$

110. $\int \operatorname{cossech}^2 u\,du = -\operatorname{cotgh} u + C$

111. $\int \operatorname{sech} u\,\operatorname{tgh} u\,du = -\operatorname{sech} u + C$

112. $\int \operatorname{cossech} u\,\operatorname{cotgh} u\,du = -\operatorname{cossech} u + C$

TABELA DE INTEGRAIS

Fórmulas Envolvendo $\sqrt{2au - u^2}$, $a > 0$

113. $\displaystyle\int \sqrt{2au - u^2}\,du = \frac{u - a}{2}\sqrt{2au - u^2} + \frac{a^2}{2}\cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

114. $\displaystyle\int u\sqrt{2au - u^2}\,du = \frac{2u^2 - au - 3a^2}{6}\sqrt{2au - u^2} + \frac{a^3}{2}\cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

115. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2au - u^2}}{u}\,du = \sqrt{2au - u^2} + a\cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

116. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2au - u^2}}{u^2}\,du = -\frac{2\sqrt{2au - u^2}}{u} - \cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

117. $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{2au - u^2}} = \cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

118. $\displaystyle\int \frac{u\,du}{\sqrt{2au - u^2}} = -\sqrt{2au - u^2} + a\cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

119. $\displaystyle\int \frac{u^2\,du}{\sqrt{2au - u^2}} = -\frac{(u + 3a)}{2}\sqrt{2au - u^2} + \frac{3a^2}{2}\cos^{-1}\left(\frac{a - u}{a}\right) + C$

120. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{2au - u^2}} = -\frac{\sqrt{2au - u^2}}{au} + C$